



## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1 МЕТОДИЧЕСКИЕ, СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ ЗАНЯТИЯ «ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ ФОРМУЛ»	
1.1 Системно-деятельностный подход к обучению .....	5
1.2 Основные понятия алгебры логики: высказывание, логические операции, построение таблицы истинности логического выражения.....	11
ГЛАВА 2 ПРОЕКТИРОВАНИЕ УРОКА РЕФЛЕКСИИ (ОТРАБОТКИ УМЕНИЙ) ПО ТЕМЕ: «ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ ФОРМУЛ»	
2.1 Структура занятия.....	27
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	29
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	30

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение информатики в колледже важно, так как помогает развивать навыки, готовит к будущему, обеспечивает информационную безопасность и вызывает интерес у студентов. Изучение информатики развивает:

- критическое мышление — при изучении алгоритмов и решении задач ученик учится анализировать информацию, находить оптимальные пути решения проблем и принимать обоснованные решения.

- логику и структурированное мышление — написание программ требует чёткой последовательности действий и строгого соблюдения правил, что помогает развить дисциплину ума и умение систематизировать информацию.

- творчество и инновационность — программирование даёт возможность воплощать идеи в жизнь, создавая уникальные продукты и решения.

- работу с текстом, таблицами, презентациями — информатика учит понимать, как устроены программы, ориентироваться в базовой логике алгоритмов.

Базовые знания помогают развивать более сложные навыки: когда студенты осваивают алгоритмы или работу с данными, они сначала учатся применять их в учебных задачах, а затем — на практике.

Без базовых знаний из информатики сложно защитить себя в интернете. Ученик должен понимать, как создавать надёжные пароли, почему нельзя переходить по подозрительным ссылкам, как устроена защита личных данных. Также знания по информатике помогают:

- предотвращать утечки конфиденциальных данных — например, изучать алгоритмы шифрования, дешифрования, методы аутентификации и цифровой подписи;

- защищать системы от кибератак — изучать методы обнаружения и предотвращения атак, а также анализ уязвимостей сетевой инфраструктуры;

- обеспечивать безопасность в личной сфере — например, защищать личные данные от несанкционированного доступа и использования (использовать надёжные пароли, двухфакторную аутентификацию).

Информатика является опорным предметом среднего образования: она обеспечивает изучение других дисциплин. В первую очередь это относится к предметам естественнонаучного цикла. Развитие логического мышления студентов при обучении информатики способствует усвоению предметов гуманитарного цикла. Практические умения и навыки информационного

характера необходимы для трудовой и профессиональной подготовки студентов.

Цель работы: разработать практические методы обучения, дающие студентам возможность отработать умения на применение алгебры логики не только в информатике, но и в профессиональных модулях по профессиям 23.01.17 Мастер по ремонту и обслуживанию автомобилей, 15.01.05 Сварщик (ручной и частично механизированной сварки (наплавки)), 35.01.27 Мастер сельскохозяйственного производства и специальностям 35.02.09 Водные биоресурсы и аквакультура, 35.02.14 Охотоведение и звероводство, 35.02.12 Садово-парковое и ландшафтное строительство, 35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования, 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям), 44.02.01 Дошкольное образование.

Задачи работы:

- раскрыть технологию системно-деятельностного подхода обучения;
- раскрыть сущность алгебры логики;
- показать преимущества алгебры логики на практическом занятии.

На данном уроке создаются условия для формирования умения оперировать понятиями высказывание, логические операции, построение таблицы истинности логического выражения, формировать целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки. Обучающиеся на уроке – не пассивные слушатели, а активные участники учебно-воспитательного процесса. Привлечение на занятии материала из других дисциплин помогает осознать значимость выбранной профессии.

В ходе занятия студентам предоставляется возможность раскрыться, реализовать свои способности на уроке.

Данная методическая разработка может быть использована преподавателями колледжа, заинтересованными применением различных форм и методов на уроке, а также учителями старших классов общеобразовательных школ.

# ГЛАВА 1 МЕТОДИЧЕСКИЕ, СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ ЗАНЯТИЯ «ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ ФОРМУЛ»

## 1.1 СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНЫЙ ПОДХОД К ОБУЧЕНИЮ

Понятие появилось в 1985 году и трактовалось исследователями как:

- «система, направленная на результат»;
- «модель потребного будущего»;
- «функциональная система»;
- «результат как мотив и ценность деятельности».

Системно-деятельностный подход имеет следующее значение: создание некой модели, среды, в которой личность развивается через собственную деятельность. В этой системе все имеет цель, побуждает к действию, уже заложен определенный результат. Происходит это через выстраивание связей, особенно обратной связи. Ребенок не развивается сам по себе, рядом с ним есть взрослый, есть некое общество, дающее обратную связь, и именно она корректирует ребенка. Обратной связью может стать даже случайно оброненное замечание, которое вдохновит или навсегда погасит интерес к той или иной деятельности.

ФГОС второго и следующего поколений (п. 5 ст. 1 Приказа Министерства образования и науки РФ от 17.12.2010 № 1897) основывается на системно-деятельностном подходе. Позиция авторов Федерального государственного образовательного стандарта основывается на уверенности, что системно-деятельностный подход обеспечит выпускника российской школы не только базой знаний, но и способностью решать нестандартные ситуации, анализировать данные, делать выводы, использовать научные методы наблюдения, уметь классифицировать, сравнивать, формулировать гипотезы и экспериментировать. То есть теми компетенциями, благодаря которым человек чувствует себя конкурентоспособным в эпоху, когда знания быстро устаревают. Изменения вроде не столь существенные, но, если вдуматься, фундаментальные: до сих пор целью образования были знания (усвоение фактов, рассказывающих о мире), а теперь — умения (обучение способам взаимодействия с миром, самостоятельное добывание новых знаний о мире).

Системно-деятельностный подход в обучении — выстраивание процесса учебы, при котором центральное место отведено самостоятельной и разносторонней познавательной деятельности учащихся. Формирование личности ученика и продвижение в развитии происходит в процессе его собственной деятельности, направленной на открытие нового для него знания, а не пассивного восприятия.

Системно-деятельностный подход в педагогике — организация процесса обучения, в котором главное место отводится активной, самостоятельной познавательной деятельности школьника. Ключевой момент — постепенный уход от информационного репродуктивного знания к знанию действия.

Важно, что ребенок — активный субъект педагогического процесса, в своей деятельности он самостоятельно развивается, а значит, приобретает компетенцию жить и действовать в постоянно меняющихся условиях, способность и готовность учиться. По этим причинам ФГОС установил новые требования к итогам освоения образовательной программы, среди которых не только предметные знания, но и метапредметные результаты. Они предполагают деятельностное отношение: умение ставить себе цели, планировать, соотносить действия с результатом, сотрудничать в учебе, выстраивать коммуникацию, оперировать логическими категориями, навыки самоконтроля и смыслового чтения.

Для учителя обязательным становится не только знание методики преподавания того или иного предмета, но и знание возрастной психологии, психологии познания, индивидуальных когнитивных особенностей ученика. Надо понимать природу и механизмы мотивации, целеполагания, развития мыслительных способностей. Уметь воспитывать самостоятельность, создавать в процессе учебного занятия такую ситуацию, попав в которую, ребенок хотел бы делать собственные открытия и делал бы их.

Психологи, которые придерживаются системно-деятельностного подхода, обращают внимание на коммуникацию и обратную связь в системе, на понятия «субъект» и «субъективность». Кто субъект системно-деятельностного подхода — учитель или ученик? Если мы перечислим принципы системно-деятельностного подхода, то станет понятно, что оба, но у педагога ведущая роль. Принципы системно-деятельностного подхода:

-субъектность;

- учет ведущих видов деятельности и законов их смены;
- учет сензитивных периодов развития;
- сотрансформация;
- определение зоны ближайшего развития;
- амплификация (обогащение, углубление развития);
- обязательная результативность каждого вида деятельности;
- обязательная рефлексивность всякой деятельности.

Основываясь на этих принципах, педагог может выстраивать урок. К примеру, на конкретном этапе занятия давать определенные виды деятельности, сменяющиеся по одному из принципов системно-деятельностного подхода. Или использовать меняющуюся от задачи к задаче субъектность: самостоятельная работа в одиночку или группами (парой) либо сначала работа всем коллективом, а затем объяснение учителя. При этом не забудьте реализовать принцип обязательной результативности: подведите итоги и вместе сделайте выводы на каждом этапе урока.

Психологические принципы системно-деятельностного подхода отразятся на выбранной форме урока, а дидактические принципы повлияют на используемую технологию:

- Принцип деятельности реализуется так, что личность «добывает» знания через свои действия. Например, выводит формулу на основе опытов или выявляет закономерность, анализируя наблюдения.
- Принцип непрерывности выстраивает в системе образования преемственность между всеми ступенями и этапами обучения на уровне технологии, содержания и методик.
- Принцип целостности раскрывает межпредметные связи и формирует у ребенка обобщенное системное представление о мире: природе, обществе, самом себе, культуре, роли каждой науки в системе наук.
- Принцип минимакса предлагает ребенку освоить содержание образования на максимальном для него уровне, который определяет зона ближайшего

развития его возрастной группы, и обеспечивает гарантированное усвоение на уровне социально безопасного минимума — государственного стандарта знаний.

-Принцип психологической комфортности исключает стрессообразующие факторы, требует доброжелательной атмосферы, реализации идей педагогики сотрудничества, где важен диалог.

-Принцип вариативности дает личности разные инструменты и компетенции, учит адекватному принятию решений в ситуациях выбора.

-Принцип творчества ориентирует на творческое начало в образовательном процессе.

В требованиях к реализации образовательной программы во ФГОС прописано обязательное использование образовательных технологий деятельностного типа. Главный смысл этих технологий — воспитание личности как субъекта жизнедеятельности. Цель учителя достигнута, когда ребенок сам ставит себе цель, понимает, какие к ней ведут задачи, и решает их, отвечает за результаты.

Учителю нужно создать специальные условия, при которых ученик самостоятельно находит и решает учебную проблему, опираясь на уже приобретенные знания и умения. Деятельность ученика организуется следующим образом:

- постановка цели,
- планирование действий по ее реализации,
- сама деятельность,
- рефлексия полученных результатов.

Рефлексия, умение выделить свои результаты в контексте ключевых задач позволяют самостоятельно усвоить новые знания, умения и компетенции, включая умение учиться.

Учебная деятельность в разрезе системно-деятельностного подхода включает в себя, кроме традиционных учебных задач, учебных действий, еще и

действия самоконтроля и самооценки. Рассмотрим примерную структуру первой части урока в разрезе системно-деятельностного подхода. Озвучьте тему урока. Помните, что произнести вслух тему урока или написать ее на доске не равно поставить учебную задачу. Для познавательного интереса столкните конкретного ученика с трудностью: предложите решить знакомое задание не традиционными способами, а новым набором действий. Упор в этом случае делайте на зону ближайшего развития, то есть область потенциальных возможностей личности. Сформулируйте задачу урока с помощью отвечающего. Через систему специальных вопросов и заданий подведите ребенка к открытию. Предлагайте именно помощь, а не подсказку. Так через учебные действия будет решена учебная задача. На третьем этапе ученик сам оценит результаты выбранной деятельности, осознает движение вперед, сделает выводы. На этом этапе обеспечьте ребенку ситуацию успеха, которая будет стимулом в дальнейшем познании и исследовании, радостью открытия.

Схема урока может быть такой: постановка учебной задачи → «открытие» детьми нового знания → первичное закрепление (комментирование) → самостоятельная работа с проверкой в классе → решение тренировочных упражнений → контроль (принцип минимакса) → решение задач на повторение → рефлексия.

#### *Типы уроков в дидактической системе деятельностного типа*

Тип урока	Деятельностная цель	Образовательная цель
Урок открытия нового знания	Формирование у учащихся нового способа действия	Расширение понятийной базы за счет новых элементов
Урок-рефлексия	Формирование способностей к рефлексии коррекционно-контрольного типа (умение фиксировать собственные затруднения в деятельности, выявлять причины, составлять проект и выходить из затруднения)	Коррекция и тренинг изученных понятий, алгоритмов и т.д.

Тип урока	Деятельностная цель	Образовательная цель
Урок общей методологической направленности	Формирование способности детей к новому способу действия, построению структуры изученных понятий, составлению алгоритмов	Выявление теоретических основ, соотнесение теории и практики
Урок развивающего контроля	Формирование способности к контролю (дети проверяют друг друга) и самоконтролю	Контроль и самоконтроль изученных понятий и алгоритмов

Системно-деятельностный подход сочетается с проблемным обучением, технологией критического мышления, игрой, исследовательской и проектной деятельностью. К примеру, в рамках проектной деятельности на уроке вы можете выстроить схему «замысел (цель, задачи, поиск решения, план) — реализация (проверка на реализуемость) — продукт (презентация)». А если решите включить игровую технологию, то можете организовать ретроспективные игры, интеллектуальные соревнования, разыграть учебную ситуацию.

Учитель может выбрать групповую форму работы (можно в парах), потому что человек хорошо усваивает то, что обсуждает с другими, а лучше всего помнит то, что объясняет другим [4].

## 1.2 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ: ВЫСКАЗЫВАНИЕ, ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ, ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ

### Алгебра логики. Высказывания

**Алгебра** в широком смысле этого слова — наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над разнообразными математическими объектами. Многие математические объекты (целые и рациональные числа, многочлены, векторы, множества) вы изучаете в школьном курсе алгебры, где знакомитесь с такими разделами математики, как алгебра чисел, алгебра многочленов, алгебра множеств и т. д. Для информатики важен раздел математики, называемый алгеброй логики; объектами алгебры логики являются высказывания.

**Высказывание** — это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить, как истинное или ложное.

**Например**, относительно предложений «Великий русский учёный М. В. Ломоносов родился в 1711 году» и «Two plus six is eight» можно однозначно сказать, что они истинны. Предложение «Зимой воробьи впадают в спячку» ложно. Следовательно, эти предложения являются высказываниями.

**В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями. Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием.**

**Например**, предложение «Это предложение является ложным» не является высказыванием, так как относительно него нельзя сказать, истинно оно или ложно, без того, чтобы не получить противоречие. Действительно, если принять, что предложение истинно, то это противоречит сказанному. Если же принять, что предложение ложно, то отсюда следует, что оно истинно.

Относительно предложения «Компьютерная графика — самая интересная тема в курсе школьной информатики» также нельзя однозначно сказать, истинно оно или ложно.

**Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются. Например, не являются высказываниями такие предложения, как: «Запишите домашнее задание», «Как пройти в библиотеку?», «Кто к нам пришёл?».**

Высказывания могут строиться с использованием знаков различных

формальных языков — математики, физики, химии и т. п.

Примерами высказываний могут служить:

«Na — металл» (истинное высказывание);

«Второй закон Ньютона выражается формулой  $F=m \cdot a$ » (истинное высказывание);

«Периметр прямоугольника с длинами сторон  $a$  и  $b$  равен  $a \cdot b$ » (ложное высказывание).

Не являются высказываниями числовые выражения, но из двух числовых выражений можно составить высказывание, соединив их знаками равенства или неравенства. Например,

« $3 + 5 = 2 \cdot 4$ » (истинное высказывание);

« $II + VI > VIII$ » (ложное высказывание).

Не являются высказываниями и равенства или неравенства, содержащие переменные. Например, предложение « $X < 12$ » становится высказыванием только при замене переменной каким-либо конкретным значением: « $5 < 12$ » — истинное высказывание; « $12 < 12$ » — ложное высказывание.

Обоснование истинности или ложности высказываний решается теми науками, к сфере которых они относятся. Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Её интересует только то, истинно или ложно данное высказывание. В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют логическими переменными. При этом если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ( $A = 1$ ), а если ложно — нулём ( $B = 0$ ). 0 и 1, обозначающие значения логических переменных, называются логическими значениями.

**Алгебра логики** определяет правила записи, вычисления значений, упрощения и преобразования высказываний.

Оперируя логическими переменными, которые могут быть равны только 0 или 1, алгебра логики позволяет свести обработку информации к операциям с двоичными данными. Именно аппарат алгебры логики положен в основу компьютерных устройств хранения и обработки информации. С применением элементов алгебры логики вы будете встречаться и во многих других разделах информатики.

### **Логические функции. Проверка истинности логических высказываний**

**Высказывания бывают простые и сложные.** Высказывание называется простым, если никакая его часть сама не является

высказыванием. Сложные (составные) высказывания строятся из простых с помощью логических операций.

Рассмотрим основные логические операции, определённые над высказываниями.

Все они соответствуют связкам, употребляемым в естественном языке:

Конъюнкция: и, а, но, хотя

Дизъюнкция: или

Инверсия: не, неверно, что

**Конъюнкция** — логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

Для записи конъюнкции используются следующие знаки:  $\wedge$ ,  $\cdot$ , И,  $\&$ . Например,  $A \wedge B$ ,  $A \cdot B$ ,  $A$  И  $B$ ,  $A \& B$ .

Конъюнкцию можно описать в виде таблицы, которую называют таблицей истинности:

$A$	$B$	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Иначе конъюнкцию называют логическим умножением.

**Дизъюнкция** — логическая операция, которая каждому двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

Для записи дизъюнкции используются следующие знаки:  $\vee$ ,  $|$ , ИЛИ,  $+$ . Например,  $A \vee B$ ,  $A|B$ ,  $A$  ИЛИ  $B$ ,  $A+B$ .

Дизъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

$A$	$B$	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Иначе дизъюнкцию называют логическим сложением.

**Инверсия** логическая операция, которая каждому высказыванию ставит

Инверсия определяется следующей таблицей истинности:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Инверсию иначе называют логическим отрицанием.

Отрицанием высказывания «У меня дома есть компьютер» будет высказывание. «Неверно, что у меня дома есть компьютер» или, что в русском языке то же самое, «У меня дома нет компьютера». Отрицанием высказывания «Я не знаю китайский язык» будет высказывание «Неверно, что я не знаю китайский язык» или, что в русском языке одно и то же, «Я знаю китайский язык». Отрицанием высказывания «Все юноши 9-х классов — отличники» является высказывание «Неверно, что все юноши 9-х классов — отличники», другими словами, «Не все юноши 9-х классов — отличники».

Таким образом, при построении отрицания к простому высказыванию либо используется речевой оборот «неверно, что ...», либо отрицание строится к сказуемому, тогда к соответствующему глаголу добавляется частица «не».

Любое сложное высказывание можно записать в виде логического выражения — выражения, содержащего логические переменные, знаки логических операций и скобки. Логические операции в логическом выражении выполняются в следующей очередности: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция. Изменить порядок выполнения операций можно с помощью расстановки скобок.

**Логические операции имеют следующий приоритет: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция.**

**Логическая функция** - это функция, в которой переменные принимают только два значения: *логическая единица* или *логический ноль*. Истинность или ложность сложных суждений представляет собой функцию истинности или ложности простых. Эту функцию называют *булевой функцией суждений*  $f(a, b)$ .

Любая логическая функция может быть задана с помощью таблицы истинности, в левой части которой записывается набор аргументов, а в правой части - соответствующие значения логической функции. При построении таблицы истинности необходимо учитывать порядок

выполнения логических операций.

Для логического выражения можно построить таблицу истинности, показывающую, какие значения принимает выражение при всех наборах значений, входящих в него переменных. Для построения таблицы истинности следует:

1. подсчитать  $n$  — число переменных в выражении;
2. подсчитать общее число логических операций в выражении;
3. установить последовательность выполнения логических операций с учётом скобок и приоритетов;
4. определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций;
5. заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью, установленной в п. 3;
6. определить число строк в таблице (не считая шапки таблицы)  $m = 2^n$ ;
7. выписать наборы входных переменных с учётом того, что они представляют собой целый ряд  $n$ —разрядных двоичных чисел от 0 до  $2^n - 1$ ;
8. провести заполнение таблицы по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью.

Построим таблицу истинности для логического выражения  $A \vee A \& B$ . В нём две переменные, две операции, причём сначала выполняется конъюнкция, а затем — дизъюнкция. Всего в таблице будет четыре столбца:

$A$	$B$	$A \& B$	$A \vee A \& B$
-----	-----	----------	-----------------

Наборы входных переменных — это целые числа от 0 до 3, представленные в двухразрядном двоичном коде: 00, 01, 10, 11. Заполненная таблица истинности имеет вид:

$A$	$B$	$A \& B$	$A \vee A \& B$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Последний столбец (результат) совпал со столбцом  $A$ . В таком случае говорят, что логическое выражение  $A \vee A \& B$  равносильно логическому выражению  $A$ .

## Законы алгебры логики. Упрощение формул

### 1. Переместительный (коммутативный) закон

- для логического умножения:  $A \& B = B \& A$ ;
- для логического сложения:  $A \vee B = B \vee A$ .

### 2. Сочетательный (ассоциативный) закон

- для логического умножения:  $(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$ ;
- для логического сложения:  $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ .

При одинаковых знаках операций скобки можно ставить произвольно или вообще опускать.

### 3. Распределительный (дистрибутивный) закон

- a. для логического умножения:

$$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C);$$

- b. для логического сложения:

$$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C).$$

### 4. Закон двойного отрицания

$$A = A$$

Двойное отрицание исключает отрицание.

### 5. Закон исключения третьего

- a. для логического умножения:

$$A \& \bar{A} = 0;$$

- b. для логического сложения:

$$A \vee \bar{A} = 1.$$

Из двух противоречивых высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе — ложно, третьего не дано.

### 6. Закон повторения

- a. для логического умножения:  $A \& A = A$ ;
- b. для логического сложения:  $A \vee A = A$ .

### 7. Законы операций с 0 и 1

- a. для логического умножения:  $A \& 0 = 0$ ;  $A \& 1 = A$ ;
- b. для логического сложения:  $A \vee 0 = A$ ;  $A \vee 1 = 1$ .

### 8. Законы общей инверсии

- a. для логического умножения:

$$\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B};$$

- b. для логического сложения:

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \& \overline{B}.$$

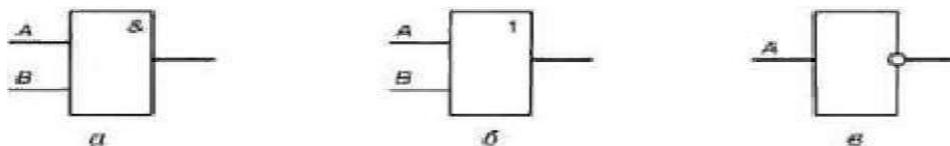
Законы алгебры логики могут быть доказаны с помощью таблиц истинности.

### Логические элементы. Логические схемы.

Алгебра логики — раздел математики, играющий важную роль в конструировании автоматических устройств, разработке аппаратных и программных средств информационных и коммуникационных технологий.

Вы уже знаете, что любая информация может быть представлена в дискретной форме — в виде фиксированного набора отдельных значений. Устройства, которые обрабатывают такие значения (сигналы), называются дискретными. Дискретный преобразователь, который выдаёт после обработки двоичных сигналов значение одной из логических операций, называется логическим элементом.

На рис. 1 приведены условные обозначения (схемы) логических элементов, реализующих логическое умножение, логическое сложение и инверсию:



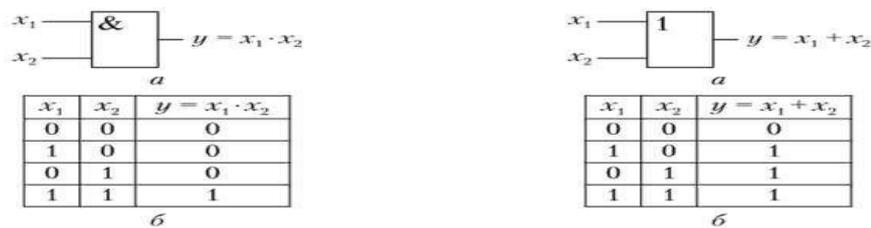
Логический элемент И (конъюнктор) реализует операцию логического умножения (рис. 1а). Единица на выходе этого элемента появится только

тогда, когда на всех входах будут единицы.

Логический элемент ИЛИ (дизъюнктор) реализует операцию логического сложения (рис. 1 б). Если хотя бы на одном входе будет единица, то на выходе элемента также будет единица.

Логический элемент НЕ (инвертор) реализует операцию отрицания (рис. 1в). Если на входе элемента 0, то на выходе 1 и наоборот.

На рис. 2— 4 показаны условные изображения, принятые для устройств, выполняющих логические операции «И», «ИЛИ», «НЕ», и соответствующие таблицы истинности.

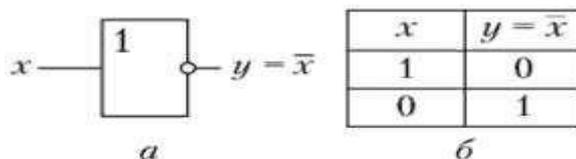


**Рис. 3. Устройство, выполняющее операцию логического сложения (дизъюнкции) двух логических аргументов:**

*a* — условное обозначение; *б* — таблица истинности

**Рис. 2. Устройство, выполняющее операцию логического умножения (конъюнкции) двух логических аргументов:**

*a* — условное обозначение; *б* — таблица истинности

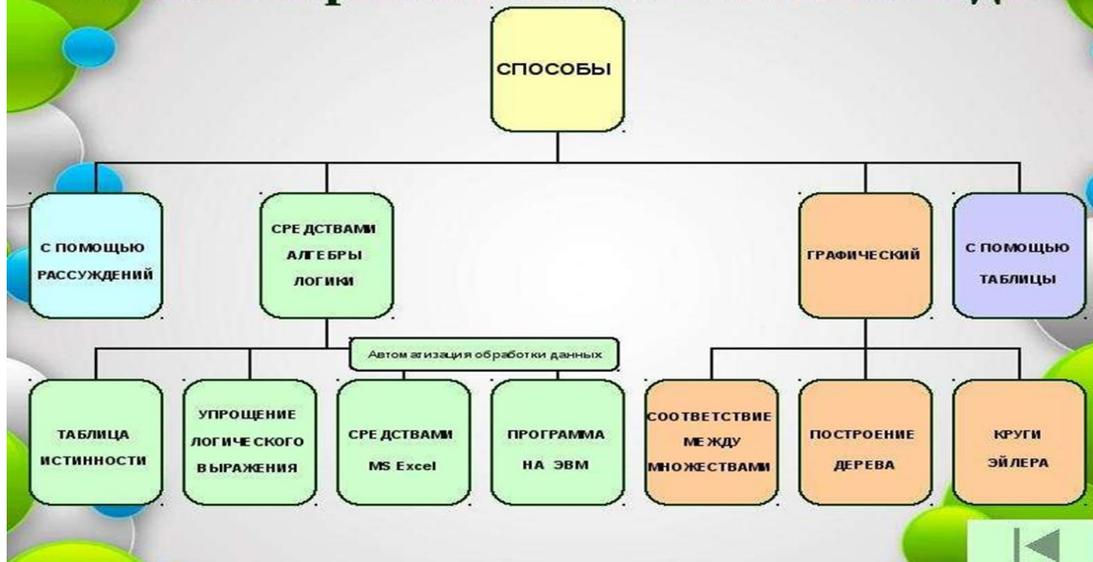


**Рис. 4. Устройство, выполняющее логическую операцию отрицания (инверсии):**

*a* — условное обозначение; *б* — таблица истинности

Компьютерные устройства, производящие операции над двоичными числами, и ячейки, хранящие данные, представляют собой электронные схемы, состоящие из отдельных логических элементов.

## Способы решения логических задач



## Способы решения логических задач:

- 1) с помощью логических рассуждений;
- 2) табличный;
- 3) графический ;
  - a) графический (соответствие между множествами)
  - b) графический (построение дерева)
  - c) с помощью кругов Эйлера
- 4) средствами алгебры логики;
  - a) составлением таблицы истинности;
  - b) упрощение логических выражений (по законам логики);  
упрощение логических выражений (задача про кросс);
  - c) на ЭВМ составлением таблицы истинности средствами MS Excel;
  - d) на ЭВМ ( алгоритм, на языке Паскаль).

Составь блок - схему

## Табличный метод

1

**Задача.** Дочерей Василия Лоханкина зовут Даша, Анфиса и Лариса. У них разные профессии и они живут в разных городах: одна в Ростове, вторая – в Париже и третья – в Москве. Известно, что

- Даша живет не в Париже, а Лариса – не в Ростове,
- парижанка – не актриса,
- в Ростове живет певица,
- Лариса – не балерина.

- Много вариантов.
- Есть точные данные.

Париж	Ростов	Москва		Певица	Балерина	Актриса
0	1	0	Даша	1	0	0
1	0	0	Анфиса	0	1	0
0	0	1	Лариса	0	0	1



В каждой строке и в каждом столбце может быть только одна единица!

### Понятие множества

**Определение 1.** *Множеством* называется совокупность некоторых объектов, объединенных в одно целое по какому – либо признаку.

Объекты, из которых состоит множество, называются его *элементами*.

Обозначаются заглавными буквами латинского алфавита  $A, B, \dots, X, Y, \dots$ , а их элементы обозначаются малыми буквами  $a, b, \dots, x, y$ .

**Определение 1.1.** Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым* и обозначается символом  $\emptyset$ .

Множество можно задать пересечением и описанием.

Пример:  $A = \{2, 4, 10\}$ ;  $X = \{x: 0 \leq x \leq 3\}$ .

**Определение 1.2.** Множеством  $A$  называется подмножеством  $B$ , если каждый элемент множества  $A$  является элементом множества  $B$ . Символически это обозначают так:  $A \subset B$  ( $A$  содержится в  $B$ ).

**Определение 1.3.** Два множества  $A$  и  $B$  называются *равными*, если они состоят из одних и тех же элементов ( $A = B$ ).

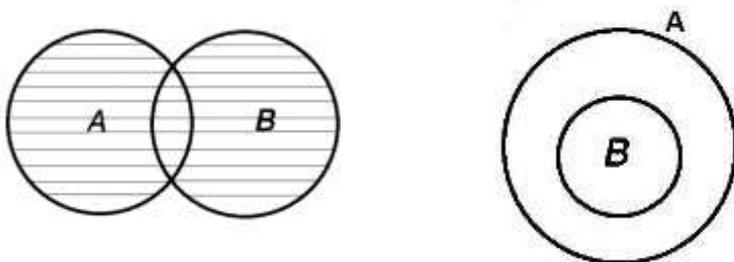
### Операции над множествами

**Определение 1.4.** Объединением или суммой множеств  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из элементов, каждый из которых принадлежит хотя бы одному из этих множеств.

Объединение множеств обозначают  $A \cup B$  (или  $A + B$ ). Кратко можно записать  $A \cup B = \{x: x \in A \text{ или } x \in B\}$ .

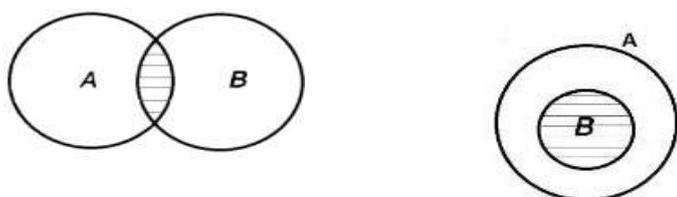
$$A \cup B = A + B$$

Если  $B \subset A$ , то  $A + B = A$

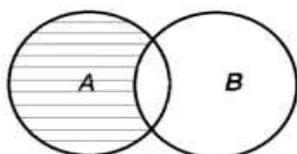


**Определение 1.5.** Пересечением или произведением множеств  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из элементов, каждый из которых принадлежит множеству  $A$  и множеству  $B$  одновременно. Пересечение множеств обозначают  $A \cap B$  (или  $A \cdot B$ ). Кратко можно записать:

$$A \cap B = \{x: x \in A \text{ и } x \in B\}. \quad A \cap B = A \cdot B \quad \text{Если } B \subset A, \text{ то } A \cdot B = B$$

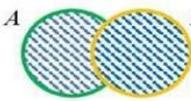


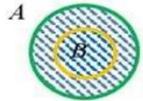
**Определение 1.6.** Разностью множеств  $A$  и  $B$  называется множество, каждый элемент которого является элементом множества  $A$  и не является элементом множества  $B$ . Разность множеств обозначают  $A/B$ . По определению  $A/B = \{x: x \in A \text{ и } x \notin B\}$ .  $A/B = A - B$



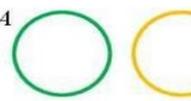
# Операции над множествами

Объединение множеств  $A \cup B = \{\text{все элементы, принадлежащие хотя бы одному из множеств } A \text{ и } B\}$


 $C = A \cup B$ 

 $C = A \cup B$ 

 $C = A \cup B$

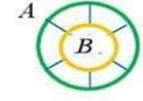
Пересечение множеств  $A \cap B = \{\text{все элементы, принадлежащие как } A, \text{ так и } B\}$


 $C = A \cap B$ 

 $C = \emptyset$ 

 $C = A \cap B = B$

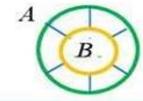
Разность множеств  $A \setminus B = \{x: x \in A, x \notin B\}$


 $C = A \setminus B$ 

 $C = A \setminus B = A$ 

 $C = A \setminus B$

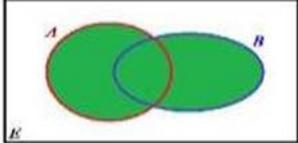
Симметрическая разность множеств  $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

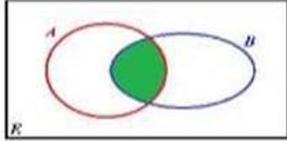

 $C = A \Delta B$ 

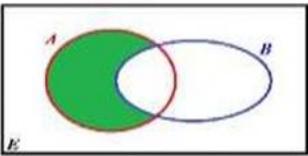
 $C = A \Delta B = A \cup B$ 

 $C = A \Delta B = A \setminus B$

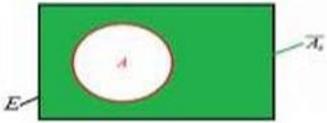
# Операции над множествами

- Объединение


 $x \in A \cup B \Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B)$
- Пересечение


 $x \in A \cap B \Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B)$
- Разность


 $x \in A \setminus B \Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B)$
- Дополнение


 $x \in \overline{A} \Leftrightarrow x \notin A$

Множества, элементами которых являются числа, называются *числовыми*.

Примерами числовых множеств являются:

$N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$  - множество натуральных чисел.

$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \dots\}$  - множество целых чисел.

$Q = \left\{ \frac{m}{n}, m \in Z, n \in N \right\}$  - множество рациональных чисел.

$R$  - множество действительных чисел.

Множество  $R$  содержит рациональные и иррациональные числа. Всякое рациональное число выражается или конечной десятичной дробью или бесконечной периодической дробью. Так,  $\frac{1}{2} = 0,5$ ;  $\frac{1}{3} = 0,333 \dots$  - рациональные числа.

Иррациональное число выражается бесконечной непериодической десятичной дробью. Так,  $\sqrt{e} = 1,41421356\dots$ ;  $\pi = 3,14159265$  иррациональное число.

$K$  - множество комплексных чисел

(вида  $Z = a + bi$ )  $R \subset K$

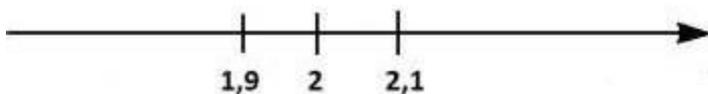
**Определение 1 7.**  $\varepsilon$  - окрестностью точки  $x_0$  называется симметричный интервал  $(x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$ , содержащий точку  $x_0$ .

В частности, если интервал  $(x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$ , то выполняются неравенство  $x_0 - \varepsilon < x < x_0 + \varepsilon$ , или, что то же,  $|x - x_0| < \varepsilon$ . Выполнение последнего означает попадание точки  $x$  в  $\varepsilon$  - окрестность точки  $x_0$ .

**Пример 1:**

$$x_0 = 2, \varepsilon = 0,1.$$

$(2 - 0,1; 2 + 0,1)$  или  $(1,9; 2,1)$  -  $\varepsilon$ - окрестность.



$$|x - 2| < 0,1$$

$$-0,1 < x - 2 < 0,1$$

$$2 - 0,1 < x < 2 + 0,1$$

$$1,9 < x < 2,1$$

### Пример 2:

$A$  – множество делителей 24;  $B$  – множество делителей 18.  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ .

$A \cup B = A + B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$   $A \cap B = A \cdot B = \{1, 2, 3, 6\}$

$A / B = A - B = \{4, 8, 12, 24\}$

## Мощность множества

- Число элементов конечного множества называют **мощностью** этого множества и обозначают символом  **$m(A)$**  или  **$|A|$** .
- Количество элементов в конечном множестве естественно характеризовать их числом.
- В этом смысле множество чисел  $\{-2, 0, 3, 8\}$  и множество букв  $\{с, х, ф, а\}$  **эквивалентны**, так как они *содержат одинаковое число элементов*.

## Количество подмножеств

Если мощность множества  **$n$** , то у этого множества  **$2^n$**  подмножеств.

$$A = \{1, 2\}$$

Подмножества  $A$ :

**$\{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$** .

## 1.4. Классификация множеств. Мощность множества

Множество, содержащее конечное число элементов, называется **конечным**. Пустое множество является **конечным** и имеет мощность, равную нулю, т.е.  $|\emptyset| = 0$ . Множество, не являющееся конечным, называется **бесконечным**.

Бесконечное множество, эквивалентное множеству натуральных чисел  $\mathbb{N}$ , называется **счётным**. В противном случае бесконечное множество будет **несчётным**.

## Решение логических задач



### Этапы решения логических задач

1. Изучить условие задачи.
2. Ввести логические переменные для обозначения простых высказываний.
3. Формализовать условие задачи с помощью языка алгебры логики.
4. Составить конечную логическую формулу, описывающую все логические связи сформулированные условием задачи, приравнять к 1.
5. Упростить формулу и/или построить таблицу истинности.
6. Проанализировать условие задачи.
7. Записать ответ.

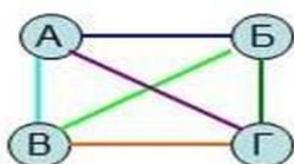


## Метод графов – один из способов решения логических задач.

По условию задачи составляется схема, состоящая из линий (ребер) и точек (вершин).

**Пример 1.** Айдар, Борис, Владимир и Григорий играли в шахматы. Каждый сыграл с каждым по одной партии. Сколько партий было сыграно?

Для решения задачи составим граф с 4 вершинами А, Б, В, Г, обозначенными первыми буквами имен участников игры в шахматы. Тогда количество ребер этого графа дает ответ. Для наглядности каждое ребро выделено разным цветом.



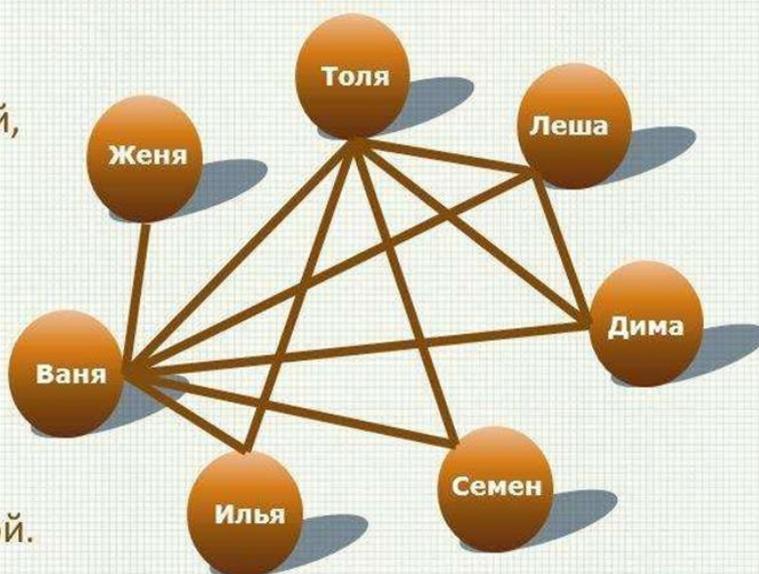
ОТВЕТ: Было сыграно 6 партий.

## Логические задачи

В шахматном турнире по круговой системе, в которой каждый участник встречается с каждым, участвуют 7 школьников.

Известно, что на данный момент Ваня сыграл 6 партий, Толя – 5, Леша и Дима – по 3, Семен и Илья – по 2, Женя – 1. С кем играл Леша?»

Ответ: Леша играл с Толей, Ваней и Димой.  
[6]



## ГЛАВА 2 ПРОЕКТИРОВАНИЕ УРОКА РЕФЛЕКСИИ (ОТРАБОТКИ УМЕНИЙ) ПО ТЕМЕ: «ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ ФОРМУЛ»

### 2.1 СТРУКТУРА ЗАНЯТИЯ

1. Повторение теории
2. Выполнение практического занятия

**Цель работы:** научиться составлять таблицы истинности логических формул.

**Задание: (исходные данные):** Используя указанный ниже пример, составить таблицу истинности выражения

$$F = (\underline{A} \vee \underline{B}) \& (A \wedge \underline{B})$$

### Учимся составлять таблицу истинности сложных выражений

$$F = (A \wedge B) \& (A \vee B)$$

5. Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$(A \wedge B) \& (A \vee B)$
0	0	0	0	<b>0</b>
0	1	0	1	<b>0</b>
1	0	0	1	<b>0</b>
1	1	1	1	<b>1</b>

<b>A</b>	<b><u>A</u></b>	<b>B</b>	<b><u>B</u></b>	<b><u>A</u>v<b>B</b></b>	<b>A^<u>B</u></b>	<b>F=(<u>A</u>v<b>B</b>) &amp; (A^<u>B</u>)</b>
0		0				
0		1				
1		0				
1		1				

3. Домашнее задание: повторить теорию.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данное занятие было выбрано не случайно. Урок идет после темы: «Кодирование информации. Системы счисления», и после него тема: «Компьютерные сети: локальные сети, сеть Интернет». Данное занятие помогает изучить алгебру логики. На занятии повторяется материал прошлых уроков и изучается применение в профессиональной деятельности. Данный урок проводится на первом курсе по профессиям 23.01.17 Мастер по ремонту и обслуживанию автомобилей, 15.01.05 Сварщик (ручной и частично механизированной сварки (наплавки), 35.01.27 Мастер сельскохозяйственного производства и специальностям 35.02.09 Водные биоресурсы и аквакультура, 35.02.14 Охотоведение и звероводство, 35.02.12 Садово-парковое и ландшафтное строительство, 35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования, 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям), 44.02.01 Дошкольное образование, преподавателем информатики. Время проведения – 1 семестр, октябрь. Урок соответствует государственному стандарту образования. Занятие рассчитано на 90 минут. На уроке повторяются и систематизируются имеющиеся знания. Структура занятия вполне приемлема для студентов, темп проведения зависит от самих обучающихся. Ход урока удобен и доступен для восприятия учителя и студентов. Содержание занятия, методы, средства и формы обучения выбраны в связи с индивидуальными особенностями студентов и уровнем их образования.

На примере занятия по теме: «Построение таблиц истинности логических формул» для студентов происходит формирование общих и профессиональных компетенций.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Игошин. — 2-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2008
2. Построение таблиц истинности для логических выражений // <https://stepik.org/lesson/1020939/step/1>
3. Построения таблиц истинности для формулы // <https://portal.sibadi.org/mod/page/view.php?id=192350>
4. Системно-деятельностный подход в педагогике: принципы и реализация. [Электронный ресурс] // <https://school.kontur.ru/publications/2403#articleMaterials>.

